

# **Funktionalanalysis**

Vorlesung an der Leibniz Universität Hannover

Wintersemester 2021/22

Elmar Schrohe  
Institut für Analysis  
Leibniz Universität Hannover  
Welfengarten 1  
30167 Hannover



## INHALTSVERZEICHNIS

1. Topologische und metrische Räume, Fortsetzungssatz, Satz von Baire	5
Elementare Topologie	5
Der Fortsetzungssatz	9
Der Satz von Baire	10
2. Normierte Räume	12
Topologische Vektorräume	12
Halbnormen und Normen	12
Systeme von Halbnormen	14
Normierte Algebren. Das Spektrum beschränkter Operatoren	15
Die Sätze von Hahn-Banach	18
Das Spektrum beschränkter Operatoren (Fortsetzung)	21
3. Gleichmäßige Beschränktheit. Satz von der offenen Abbildung. Graphensatz.	23
Das Prinzip der gleichmäßigen Beschränktheit	23
Der Satz von der offenen Abbildung	24
Der Graphensatz	26
4. Hilberträume	27
5. Beschränkte Operatoren im Hilbertraum	32
Die Adjungierte	32
Das Spektrum selbstadjungierter Operatoren	34
Stetiger Funktionalkalkül für selbstadjungierte Operatoren	35
Die Polarzerlegung	38
6. Kompakte Operatoren	39
Das Spektrum kompakter Operatoren	40
Adjungierte Operatoren	42
Starke und schwache Konvergenz	43
Kompakte Operatoren im Hilbertraum	46
7. Unbeschränkte Operatoren	52
Abgeschlossene Operatoren	52
Adjungierte	54
Die Cayley-Transformation	57
Abgeschlossene, dicht definierte symmetrische Operatoren	60
Die Friedrichs-Erweiterung	62
8. Der Spektralsatz für selbstadjungierte Operatoren	64
Existenz des Spektralmaßes	72
Literatur	76

